

USO DA EQUAÇÃO EXPONENCIAL PARA O CÁLCULO DO COEFICIENTE DE MORTALIDADE TOTAL DO PARGO, LUTJANUS PURPUREUS POEY, AO LARGO DO NORDESTE DO BRASIL ⁽¹⁾

Antônio Adauto Fonteles-Filho

Laboratório de Ciências do Mar
Universidade Federal do Ceará
Fortaleza — Ceará — Brasil

O crescimento (em número ou peso) de um conjunto de indivíduos (população) é comparável ao crescimento orgânico de um desses indivíduos, com relação ao fato de que a taxa de variação do tamanho da população, num certo intervalo de tempo, é proporcional ao seu tamanho médio durante esse intervalo.

O crescimento pode ser aditivo ou multiplicativo.

O primeiro se compara à computação de juros simples, em que uma mesma quantia é produzida em cada intervalo do período total, não sendo adicionada ao capital, para rendimento de juros nos intervalos seguintes, isto é, a computação dos juros é feita sempre sobre o capital inicial. Se C for o capital inicial, i a taxa de juro em cada intervalo, n o número de intervalos e S o capital final, resulta

$$S = C + Cni = C (1 + ni)$$

1 — o juro ao fim do 1.^o intervalo

$$C \cdot \frac{i}{n}$$

2 — o novo capital (S_1) ao fim do 1.^o intervalo

$$S_1 = C + C \frac{i}{n} = C \left(1 + \frac{i}{n} \right)$$

3 — o juro ao fim do 2.^o intervalo

$$S_1 \cdot \frac{i}{n}$$

4 — o novo capital (S_2) ao fim do 2.^o intervalo

$$S_2 = S_1 + S_1 \cdot \frac{i}{n} = S_1 \left(1 + \frac{i}{n} \right)$$

5 — o capital final (S) ao fim de n intervalos

$$C \left(1 + \frac{i}{n} \right)^n$$

Se i for igual a $1/n$, teremos $S = C + C$ ou $S = 2C$, ou seja, o capital final será o dobro do capital inicial ao término do período.

Crescimento desse tipo ocorre em conchas, escamas e otolitos; a taxa de crescimento dessas estruturas é constante, independente do seu tamanho.

O crescimento multiplicativo é como juros compostos, em que a quantia produzida em cada intervalo é adicionada ao capital sobre o qual o juro foi computado, de modo que a computação, em intervalos sucessivos, será sempre sobre um novo capital (capital anterior + juros), sendo as quantias produzidas, bem como os capitais, diferentes nos diversos intervalos do período.

Se o período de tempo (n) durante o qual o capital está rendendo juros for dividido em partes iguais a $1/n$, e sendo $i = 1/n$, temos o seguinte:

Portanto,

$$S = C \left(1 + \frac{i}{n} \right)^n$$

(1) — Trabalho realizado em decorrência de convênios firmados entre a Superintendência do Desenvolvimento da Pesca (SUDEPE) e a Superintendência do Desenvolvimento do Nordeste (SUDENE).

Expandindo-se o binômio $(1 + 1/n)^n$ para valores crescentes de n , seu valor irá aumentando, à proporção que n aumenta, resultando que o somatório será cada vez maior, à medida que a subdivisão em intervalos cada vez

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots + \frac{1}{n!} = e = 2,718 \quad (1)$$

Portanto, $S = C \cdot e$, sendo o capital final igual a 2,718 vezes o capital inicial. Existe uma relação exponencial entre os valores do capital em dois intervalos sucessivos de tempo, a qual independe do tamanho do intervalo, tendo em

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{nt} = 1 + t + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^3}{3!} + \frac{t^4}{4!} + \dots + \frac{t^n}{n!} = e^t \quad (2)$$

Uma grande vantagem do uso da exponencial e^t é que sua derivada é igual a si pró-

$$\frac{d(e^t)}{dt} = 0 + 1 + t + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^3}{3!} + \frac{t^4}{4!} + \dots + \frac{t^n}{n!} = e^t \quad (3)$$

Levando-se em consideração o exposto e conforme a equação 2, podemos escrever:

$$S = C \cdot e^t \quad (4)$$

Por analogia, a abundância (ou um índice desta) no início de um certo ano, de uma classe anual totalmente recrutada para a pesca, pode ser considerada como o capital inicial, sendo que nesse caso, em vez de aumentar, o capital (número de indivíduos) decrescerá gradativamente, seguindo uma curva exponencial decrescente. Esta é a chamada *curva de sobrevivência*, e se aplica aos casos em que a redução da abundância, devida à mortalidade, é maior para as classes anuais recentemente recrutadas para a pesca, diminuindo com o aumento da idade.

Considerando a abundância de uma classe anual e de acordo com a equação 4, temos:

$$N_t = N_0 e^{-Zt} \quad (5)$$

N_t = abundância no instante de tempo t ,

N_0 = abundância inicial,

Z = coeficiente de mortalidade total (Beverton & Holt, 1957).

menores permite que os juros rendidos sejam aproveitados para a computação de novos juros. O resultado final é uma série convergente, que tende para o valor de e , a base dos logaritmos neperianos, conforme a equação abaixo:

vista que esta se aplica a um valor de n de tamanho infinito. Como a relação exponencial é válida para quaisquer instantes de tempo, a variável *tempo* pode ser incorporada à equação 1, como segue:

Derivando-se a equação 2, encontramos:

Derivando-se a equação 5, obtemos:

$$\frac{dN_t}{dt} = N_0 e^{-Zt} \cdot Z = -ZN_t \quad (6)$$

onde dN_t/dt representa a taxa instantânea de variação, quando a abundância da classe anual (ΔN), num pequeno intervalo de tempo (Δt), tende para um valor infinitamente pequeno, de modo que $\Delta N/\Delta t$ se aproxima da inclinação da reta tangente à curva no ponto t , que é a derivada dN/dt . A equação 6 mostra que abundância da classe anual varia em função de sua magnitude, e que a mortalidade é devida a um grande número de fatores atuando ao acaso (entre os quais podemos citar predação, senectude, poluição e pesca), sendo constante a probabilidade de um indivíduo morrer entre os instantes t e $t + \Delta t$.

A equação 6 pode também ser escrita como

$$\frac{dN_t}{N_t} = -Z dt$$

e sua integração é feita como se segue:

$$\int_{N_0}^{N_t} \frac{dN_t}{N_t} = \int_{t_0}^t -Z dt$$

$$\left[\ln N \right]_{N_0}^{N_t} = -Z \left[dt \right]_{t_0}^t$$

$$\ln N_t - \ln N_0 = -Z (t - t_0)$$

Para $t = 0$ e fazendo-se uma transposição, temos:

$$\ln N_t = \ln N_0 - Zt \quad (7)$$

De outro modo,

$$\ln \frac{N_t}{N_0} = -Zt$$

$$\frac{N_t}{N_0} = e^{-Zt} = s \quad (8)$$

N_t/N_0 é a taxa de sobrevivência (s). A

taxa de mortalidade será $1 - s$ ou $1 - e^{-Zt}$.

Suponhamos que o número de indivíduos de uma classe anual $N(T)$, existente no início do ano T é reduzido a $N(T+1)$, no início do ano seguinte ($T+1$). De acordo com a equação 5 e decompondo o coeficiente de mortalidade total (Z) nos seus componentes, M (coeficiente de mortalidade natural) e F (coeficiente de mortalidade por pesca), temos:

$$N(T+1) = N(T) \cdot e^{-(F+M)T} \quad (9)$$

ou,

$$(F+M)T = -\ln \left[\frac{N(T+1)}{N(T)} \right] \quad (10)$$

Na prática, não é possível determinar os valores da abundância, ou índices de abundância, em intervalos infinitesimais de tempo, mas apenas como médias calculadas para intervalos finitos (por exemplo, um ano). Integrando-se a equação 9 para os intervalos

($0, T$) e ($T, T+1$), podemos calcular duas sub-áreas da área total sob a curva (figura 1) as quais, divididas pelo tempo de cada intervalo, respectivamente, darão o valor médio da abundância nos mesmos como se observa a seguir:

$$\begin{aligned} \bar{N}(T) &= \frac{1}{T} \int_0^T N(T) e^{-(F+M)t} dt = \frac{1}{T} \cdot N(T) \int_0^T e^{-(F+M)t} dt \\ &= N(T) \frac{1}{(F+M)T} \left[-e^{-(F+M)t} \right]_0^T = \\ &= \frac{N(T)}{(F+M)T} \left[-e^{-(F+M)T} - (-e^{-(F+M) \cdot 0}) \right] = \\ &= \frac{N(T)}{(F+M)T} \left[-e^{-(F+M)T} + e^{-0} \right] \\ \bar{N}(T) &= \frac{N(T)}{(F+M)T} \left[1 - e^{-(F+M)T} \right] \quad (11) \end{aligned}$$

Integrando para o intervalo $(T, T + 1)$, temos:

$$\bar{N}(T+1) = \frac{N(T) e^{-(F+M)T}}{(F+M)(T+1)} \left[1 - e^{-(F+M)(T+1)} \right]$$

e substituindo $N(T+1)$ conforme a equação 9:

$$\bar{N}(T+1) = \frac{N(T+1)}{(F+M)(T+1)} \left[1 - e^{-(F+M)(T+1)} \right] \quad (12)$$

Dividindo-se a equação 12 pela equação 11 e utilizando-se logaritmos, temos:

$$(F+M)T = -\ln \left[\frac{\bar{N}(T+1)}{\bar{N}(T)} \right] + \ln \left\{ \frac{(F+M)T \left[1 - e^{-(F+M)(T+1)} \right]}{(F+M)(T+1) \left[1 - e^{-(F+M)T} \right]} \right\} \quad (13)$$

Se $(F+M)T = (F+M)(T+1) = F+M$, então a equação 13 se reduzirá a:

$$(F+M)T = -\ln \left[\frac{\bar{N}(T+1)}{\bar{N}(T)} \right] \quad (14)$$

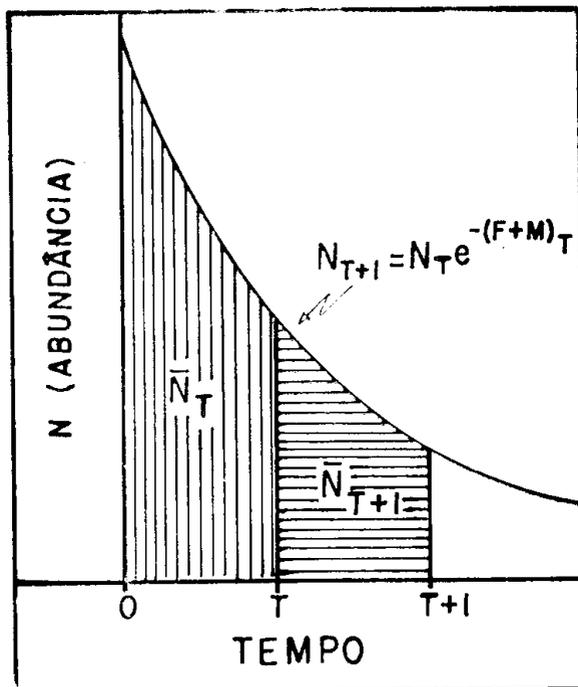


Figura 1 — Curva exponencial que define a variação da abundância de uma classe anual com o tempo.

Constata-se, assim, que a razão entre os valores médios da abundância (taxa de sobrevivência) pode ser usada igualmente àquela entre valores instantâneos, sendo que $(F+M)T$, calculado pela equação 14, equivale ao coeficiente instantâneo de mortalidade total. O segundo membro do termo direito da equação

ção 13 pode ser, também, desprezado se $(F+M)T$ e $(F+M)(T+1)$ apresentarem valores pequenos (Gulland, 1969).

Para dar uma aplicação prática da teoria apresentada, calculamos a seguir o coeficiente de mortalidade total do pargo, *Lutjanus purpureus* Poey, com referência ao estoque adulto da população que vive ao largo do nordeste do Brasil.

ESTIMAÇÃO DO COEFICIENTE DE MORTALIDADE TOTAL

Material

Os dados utilizados neste trabalho foram obtidos por amostragem dos desembarques do pargo no porto de Fortaleza (Ceará — Brasil) e entrevistas com os comandantes de barcos pertencentes à frota pargueira. Em cada amostra, o comprimento total de um certo número de indivíduos foi registrado e, dentre estes, alguns foram selecionados para retirada de escamas, através de cuja leitura se fez a determinação das respectivas idades. Entrevistas e consultas às folhas de produção das empresas nos forneceram as seguintes informações: peso da captura de pargo, número de dias de pesca, número de pescadores e número médio de anzóis por linha pargueira.

Esse conjunto de dados nos permitiu compor as distribuições de comprimento e idade, nos anos de 1967 a 1969. Os valores anuais da captura do pargo e esforço de pesca foram obtidos do trabalho de Paiva *et al.* (1971).

Métodos

— Determinação da composição de idade do estoque capturado.

A composição de comprimento do estoque presente na área de pesca, num certo período de tempo, pode ser representada pela distribuição de frequência do comprimento obtida por amostragem da captura de um barco (unidade amostral), de modo que o agrupamento de todas as amostras obtidas num ano representa a composição de comprimento do estoque nesse ano. No entanto, apenas uma fração do número de peixes capturados e uma parte dos desembarques foram amostradas. Para se obter a composição de comprimento do estoque capturado, por classes de 5 cm de intervalo, tem-se que usar fatores aumentativos, sob a suposição de que não houve alteração no peso médio dos indivíduos, durante o período considerado.

Sendo, P = peso total desembarcado no ano, p = peso dos indivíduos amostrados no ano e f = número de indivíduos amostrados, em cada classe de comprimento, o fator aumentativo (R) é assim calculado:

$$R = \frac{P}{p} \quad (15)$$

de modo que o número total de indivíduos, em cada classe de comprimento (fR), corresponde à equação:

$$fR = f \frac{P}{p} \quad (16)$$

Como não havia dados sobre o peso da amostra (p), estes foram obtidos multiplicando-se o peso (pi) correspondente a cada centro de classe do comprimento total (Li), obtido através da relação peso/comprimento, pelas frequências absolutas correspondentes (fi), de modo que:

$$p = \sum fi \cdot pi$$

A seguinte equação, que relaciona peso (W) a comprimento total (L), foi usada:

$$\ln W = - 4,425 + 2,995 \ln L$$

A partir da produção total anual (P), calculamos pela equação 15 os fatores aumentativos para cada ano, e pela equação 16 obtivemos a composição de comprimento de todo o estoque capturado em cada ano (tabela I).

Devido à variabilidade da taxa de crescimento individual, o decréscimo na abundância de uma classe anual só pode ser devidamente acompanhado, de ano para ano, através

TABELA I
Dados relativos ao cálculo da distribuição de frequência de comprimento (fR) do estoque capturado do pargo, *Lutjanus purpureus* Poey, por classes de comprimento, durante os anos de 1967 a 1969, ao largo do nordeste do Brasil.

Centro de classe (L)	Peso médio em gramas (p)	1967			1968			1969		
		frequência (f)	fp (gramas)	fR (número)	frequência (f)	fp (gramas)	fR (número)	frequência (f)	fp (gramas)	fR (número)
32,5	404	8	3.232	3.406	—	—	4	1.616	1.040	
37,5	620	105	65.100	44.698	51.094	31.000	50	31.000	13.000	
42,5	902	843	760.386	358.865	352.186	654.852	726	654.852	181.500	
47,5	1.256	1.552	1.949.312	660.686	531.017	1.679.272	1.337	1.679.272	347.620	
52,5	1.699	1.845	3.134.655	785.416	429.284	1.914.773	1.127	1.914.773	293.020	
57,5	2.231	1.441	3.214.871	613.434	336.219	2.474.179	1.109	2.474.179	288.340	
62,5	2.864	658	1.884.512	280.111	143.703	1.861.600	650	1.861.600	169.000	
67,5	3.606	209	753.654	88.971	91.696	843.806	234	843.806	60.840	
72,5	4.466	9	200.970	19.156	23.266	486.794	109	486.794	28.340	
77,5	5.454	—	49.086	3.831	9.124	179.982	33	179.982	8.580	
82,5	6.577	45	—	—	1.825	26.308	4	26.308	1.040	

Valores de R: 425,7 em 1967; 456,2 em 1968; 260,0 em 1969.

TABELA II

Frequências absolutas e relativas (porcentagens, entre parênteses) dos anéis etários por classes de comprimento total, para o pargo, *Lutjanus purpureus* Poey, obtidas por amostragem de capturas efetuadas ao largo do nordeste do Brasil, durante os anos de 1967 a 1969.

Classes de comprimento total (cm)	Anéis etários														
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		
1967															
30,0 — 34,5	1 (100,0)														
35,0 — 39,5	2 (33,3)														
40,0 — 44,5		4 (66,7)	2 (33,3)	1 (16,7)	2 (16,7)										
45,0 — 49,5		3 (50,0)	4 (33,3)	3 (25,0)	3 (25,0)	1 (11,1)									
50,0 — 54,5		3 (25,0)	1 (11,1)	5 (22,2)	2 (55,6)	1 (12,5)	1 (10,0)								
55,0 — 59,5				3 (37,5)	3 (37,5)	4 (40,0)	1 (10,0)								
60,0 — 64,5				1 (10,0)	2 (40,0)	3 (60,0)									
65,0 — 69,5							1 (50,0)	8 (61,5)	1 (50,0)						
70,0 — 74,5									3 (23,0)	2 (15,4)					
75,0 — 79,5															
1968															
40,0 — 44,5	3 (14,3)	5 (23,8)	9 (42,8)	3 (14,3)	1 (4,8)										
45,0 — 49,5		3 (10,0)	14 (46,6)	11 (36,7)	2 (6,7)	4 (26,7)	1 (6,7)								
50,0 — 54,5			1 (6,7)	4 (26,7)	5 (33,2)	6 (31,6)	2 (10,5)								
55,0 — 59,5				2 (10,5)	9 (47,4)	13 (32,5)	16 (40,0)	8 (20,0)							
60,0 — 64,5					2 (5,0)	1 (3,5)	5 (17,2)	11 (37,9)	1 (2,5)	3 (10,3)	2 (6,9)				
65,0 — 69,5							1 (6,2)	7 (24,2)	7 (43,8)	2 (12,5)	2 (12,5)				
70,0 — 74,5								4 (25,0)	7 (43,8)	2 (22,3)	3 (33,3)	3 (33,3)			
75,0 — 79,5								1 (11,1)		1 (33,3)	1 (33,3)				
80,0 — 84,5															1 (33,3)
1969															
40,0 — 44,5		4 (30,8)	7 (53,8)	1 (7,7)	1 (7,7)										
45,0 — 49,5		2 (12,5)	10 (62,5)	2 (12,5)	1 (6,2)	1 (6,2)									
50,0 — 54,5			7 (22,6)	12 (38,7)	5 (16,1)	4 (13,0)	2 (6,4)	1 (3,2)							
55,0 — 59,5				4 (22,2)	6 (33,3)	3 (16,7)	2 (11,1)	2 (11,1)	1 (5,6)						
60,0 — 64,5					1 (8,3)	4 (33,3)	3 (25,0)	2 (16,8)	1 (8,3)	1 (8,3)					
65,0 — 69,5					1 (9,1)	1 (9,1)	4 (36,3)	2 (18,2)	2 (18,2)	1 (9,1)	1 (9,1)				

TABELA III

Distribuição de idade do estoque adulto do pargo, *Lutjanus purpuraceus* Poey, do nordeste do Brasil, nos anos de 1967 a 1969.

Classes de comprimento total (cm)	Número de indivíduos do estoque	Grupos de idade														
		III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV		
1967																
30,0 — 34,5	3.406	3.406														
35,0 — 39,5	44.698	14.884	29.814	119.502	59.931											
40,0 — 44,5	358.865	179.432	179.432	119.502	165.172	110.334										
45,0 — 49,5	660.686	165.172	165.172	220.008	436.691	174.362	87.182									
50,0 — 54,5	785.416		87.181	87.181	230.038	230.038	76.679	76.679								
55,0 — 59,5	613.434				28.011	84.033	112.044	28.011	28.011							
60,0 — 64,5	280.111					35.588	53.383	9.578	9.578							
65,0 — 69,5	88.971							2.356	2.356	9.578						
70,0 — 74,5	19.156									885						
75,0 — 79,5	3.831															
Total	2.858.573	18.290	374.418	426.691	919.843	634.355	329.288	114.268	30.367	10.463	590					
1968																
40,0 — 44,5	352.186	50.362	83.820	150.736	50.362	16.905										
45,0 — 49,5	531.017		53.102	247.454	194.883	35.578										
50,0 — 54,5	429.284			28.762	114.619	142.522	114.619	28.762								
55,0 — 59,5	336.219				35.303	159.368	106.245	35.303								
60,0 — 64,5	143.703					7.185	46.703	57.481	28.741	3.592						
65,0 — 69,5	91.696						3.209	15.772	34.753	22.190						
70,0 — 74,5	23.266							1.442	5.816	10.190						
75,0 — 79,5	9.124								1.013	2.035						
80,0 — 84,5	1.825															
Total	1.917.707	50.362	136.922	426.952	395.167	361.558	270.776	138.760	70.323	38.007	15.999	12.881				609
1969																
40,0 — 44,5	181.500		55.902	97.647	13.976	13.976										
45,0 — 49,5	347.620		43.452	217.262	43.452	21.552										
50,0 — 54,5	293.020			66.222	113.399	47.176	37.800	19.046	9.377	16.147						
55,0 — 59,5	288.340				64.011	96.017	48.153	32.006	32.006	14.027						
60,0 — 64,5	169.000					14.027	56.277	42.250	28.392	14.027						
65,0 — 69,5	60.840						5.536	22.085	11.073	11.073						
Total	1.340.319		99.354	381.131	234.839	192.748	169.666	115.387	80.848	41.247	19.363	5.536				

do decréscimo na abundância de cada grupo anual de idade. A idade exata dos indivíduos de uma população natural é raramente conhecida e, mesmo que o fosse, não seria viável calcular taxas de sobrevivência para todos os seus valores. Assim, os indivíduos são reunidos em grupos anuais e todos aqueles em cada grupo são considerados como tendo a mesma idade. Os erros resultantes desse agrupamento são insignificantes dada a pequena duração do intervalo, que é de um ano.

Combinando a distribuição de frequência de comprimento e a composição de idade (frequência de indivíduos por número de anéis etários), compusemos a tabela idade-comprimento (tabela II), que mostra a frequência absoluta de indivíduos em cada grupo de anéis, por classes de comprimento, o número de anéis variando de 3 a 15. As frequências relativas dos grupos-de-idade, dentro de cada classe de comprimento, foram então multiplicadas pelo número total de indivíduos nas classes de comprimento. Por exemplo, os números de indivíduos com III e IV anos de idade, existentes na classe 35,0 - 39,5 cm de comprimento total, durante o ano de 1967, foram obtidos multiplicando-se 44.698 (tabela III) pelas frequências relativas nos dois grupos-de-idade, 33,3% e 66,7%, respectivamente (tabela II), dando 14.884 e 29.814 indivíduos. Os somatórios do número total de indivíduos nas classes de comprimento, por grupos-de-idade, fornecem a composição de idade do estoque capturado em cada ano.

— Determinação da CPUE por grupo-de-idade.

O valor absoluto da abundância num certo intervalo de tempo, raramente pode ser calculado, sendo necessário recorrer-se a um índice que seja sempre proporcional àquele valor. A captura (em número ou peso) por unidade de esforço (CPUE) pode ser considerada como o melhor índice de abundância, desde que se tenha feito a padronização do esforço de pesca, levando-se em consideração fatores tais como tempo efetivo de pesca, poder de pesca do barco e distribuição espacial do esforço.

As CPUEs por grupos-de-idade foram calculadas dividindo-se o número total de indivíduos, em cada grupo-de-idade, pelo número total anual de anzóis/hora e multiplicando-se por 100, para cada ano do período 1967/69.

Resultados

— Estimação do coeficiente de mortalidade total (Z), através da curva de captura.

A curva de captura foi originalmente idealizada por Baranov (1918), para represen-

tar a curva de variação do logaritmo da frequência de comprimento em função do próprio comprimento, com uma inclinação negativa equivalente a um coeficiente de redução do estoque, sob a suposição de que a taxa de crescimento individual era constante, isto é, independente do comprimento. Ricker (1958) utilizou o mesmo conceito, mas aplicando-o à composição de idade, o que produz estimativas menos viciadas do coeficiente de mortalidade, por razões já comentadas anteriormente. O raciocínio básico que explica o mecanismo da curva de captura, é que o decréscimo na abundância dos grupos-de-idade é o resultado de variações na mortalidade e no tamanho inicial de cada classe anual.

Com relação ao pargo, as CPUEs por grupos-de-idade mostram que em 1967 houve recrutamento de indivíduos com até VI anos, e com até V anos em 1968 e 1969. Estas duas idades marcam o limite superior do período em que o estoque adulto está sendo constantemente acrescido de recrutas, de modo que os ganhos por recrutamento excedem as perdas por mortalidade (parte ascendente da curva — figura 2). A partir dessas idades, o estoque adulto decrescerá gradualmente em abundância, sob o efeito da pesca e morte por causas naturais, sem reposição por recrutamento (parte descendente da curva — figura 2).

A estimativa do coeficiente de mortalidade total foi obtida através da equação 7, plotando-se o logaritmo da CPUE contra o tempo (curva de captura), sendo a inclinação da linha reta igual a $-Z$. Para diminuir o efeito da variabilidade das curvas anuais, utilizamos

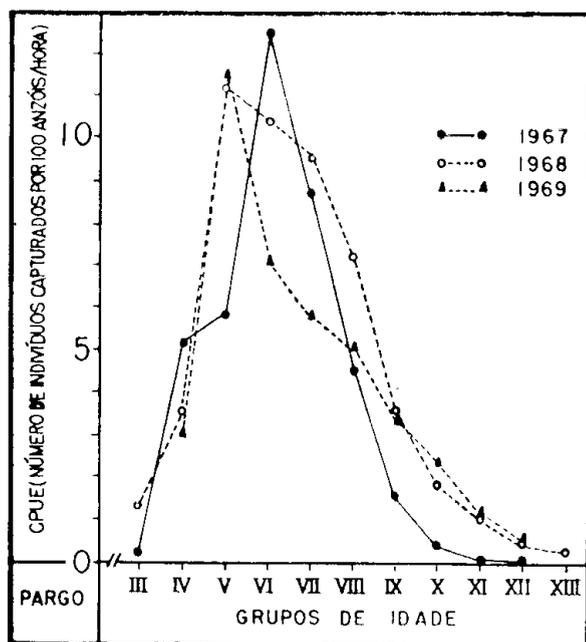


Figura 2 — Curvas de sobrevivência do pargo, *Lutjanus purpureus* Poey, do nordeste do Brasil.

TABELA IV

Dados relativos à abundância do pargo, *Lutjanus purpureus* Poey, por grupos-de-idade, nos anos de 1967 a 1969, ao largo do nordeste do Brasil.

Grupos de idade	Estoque capturado (número de indivíduos)			CPUE (número de indivíduos capturados por 100 anzóis/hora)			ln CPUE			
	1967	1968	1969	1967	1968	1969	1967	1968	1969	Média
III	18.290	50.362	—	0,25	1,33	—	-1,387	-0,285	—	-0,836
IV	374.418	136.922	99.354	5,12	3,62	3,01	1,633	1,286	1,102	1,341
V	426.691	426.952	381.131	5,84	11,29	11,55	1,765	2,424	2,447	2,212
VI	919.843	395.167	234.839	12,59	10,45	7,12	2,530	2,347	1,963	2,280
VII	634.355	361.558	192.748	8,68	9,56	5,84	2,161	2,258	1,765	2,063
VIII	329.288	270.776	169.666	4,50	7,16	5,14	1,505	1,968	1,639	1,704
IX	114.268	138.760	115.387	1,56	3,67	3,50	0,445	1,300	1,253	0,999
X	30.367	70.323	80.848	0,42	1,86	2,45	-0,868	0,621	0,896	0,216
XI	10.463	38.007	41.247	0,14	1,05	1,25	-1,966	0,049	0,223	-0,565
XII	590	15.999	19.563	0,01	0,42	0,59	—	-0,868	0,528	-0,698
XIII	—	12.881	5.536	—	0,34	—	—	-1,079	—	-1,079
Total	2.858.573	1.917.707	1.340.319	39,11	50,71	40,61	—	—	—	—

Esforço de pesca em número de anzóis/hora = 7.307.000 em 1967; 3.781.800 em 1968; 3.300.300 em 1969. (Fonte: Paiva *et al.*, 1971).

a média aritmética dos logaritmos das CPUEs por grupos-de-idade (tabela IV). Uma reta de regressão do tipo $Y = a + bX$ foi ajustada aos valores calculados (figura 3), onde $Y = \ln CPUE$ e $X = \text{grupo-de-idade}$ (sendo o grupo-de-idade VI = 1). Obtivemos a seguinte equação de regressão:

$$Y = 3,030 - 0,535 X \quad (r = -0,977; P < 0,01)$$

O coeficiente de mortalidade total apresentou, portanto, o valor de 0,535 que, segundo a fórmula

$$1 - s = 1 - e^{-Z}$$

equivale a uma taxa média de mortalidade total de 0,41 ou 41%, nos anos de 1967/69.

— Estimação do coeficiente de mortalidade total (Z), através da taxa de sobrevivência.

A estimação de Z pode ser feita por dois métodos:

Método 1: Empregando a equação 8, calculamos as taxas de sobrevivência para diferentes classes anuais presentes na popula-

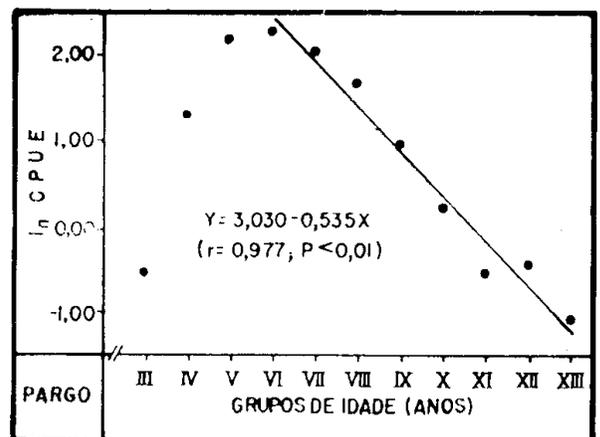


Figura 3 — Curva de captura do pargo, *Lutjanus purpureus* Poey, do nordeste do Brasil, nos anos de 1967/69.

ção, expressas pelas razões entre pares de CPUEs para grupos-de-idade sucessivos, sendo utilizadas somente as dos grupos totalmente recrutados, isto é, a partir daquele com a maior CPUE em cada ano (tabela IV). Não se tendo observado nenhuma tendência na variação de Z com a idade (figura 4), a média aritmética (Z) dos valores correspondentes às diversas taxas de sobrevivência é uma estimativa do coeficiente de mortalidade total, para o estoque adulto como um todo.

Empregando os dados da tabela V, temos:

$$\bar{Z} (1967) = \frac{0,274 + 0,198 + 0,198}{3} = 0,223$$

Taxa de mortalidade = 0,20 ou 20%

$$\bar{Z} (1968) = \frac{0,462 + 0,580 + 0,616 + 0,713 + 0,400 + 0,400 + 0,580}{7} = 0,536$$

Taxa de mortalidade = 0,41 ou 41%

Método 2 : Calculamos a taxa média de sobrevivência, a partir de CPUEs por grupos-de-idade, para todos os grupos totalmente re-

crutados, agrupados segundo a fórmula desenvolvida por Jackson (*in* Ricker, 1958) :

$$\bar{s} = \frac{CPUE_2 + CPUE_3 + CPUE_4 + \dots + CPUE_n}{CPUE_1 + CPUE_2 + CPUE_3 + \dots + CPUE_{n-1}}$$

Empregando os dados da tabela IV, obtivemos:

$$\bar{s} (1967) = \frac{9,56 + 7,16 + 3,67}{12,59 + 8,68 + 4,50} = 0,79 \therefore \bar{Z} = 0,234$$

Taxa de mortalidade = 0,21 ou 21%

$$\bar{s} (1968) = \frac{7,12 + 5,84 + 5,14 + 3,50 + 2,45 + 1,25 + 0,59}{11,29 + 10,45 + 9,56 + 7,16 + 3,67 + 1,86 + 1,05} = 0,58 \therefore \bar{Z} = 0,553$$

Taxa de mortalidade = 0,42 ou 42%

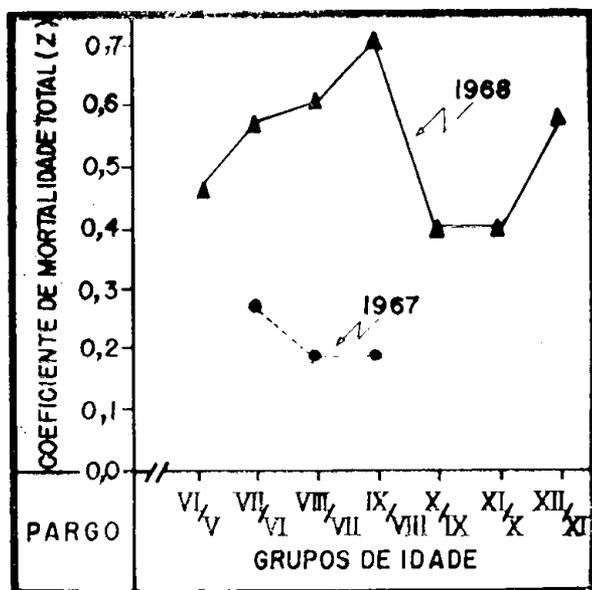


Figura 4 — Variação com a idade, do coeficiente de mortalidade total do pargo, *Lutjanus purpureus* Pocy, no nordeste do Brasil.

Em qualquer amostra de uma população, os grupos-de-idade jovens são mais bem representados do que os grupos-de-idade mais velhos, em virtude de erros amostrais. Em consequência desse fato, o coeficiente de mortalidade total estimado pelo método 2 terá um vício menor, já que a média calculada segundo a fórmula de Jackson é ponderada pela abun-

dância nos diversos grupos-de-idade, não sofrendo, portanto, a influência de vício na estimativa de \bar{s} para os grupos mais velhos, como no caso do método 1.

As estimativas da taxa de mortalidade apresentam valores quase iguais: 20% e 41% (método 1) e 21% e 42% (método 2), nos anos de 1967 e 1968, respectivamente. O coeficiente e a taxa de mortalidade total para 1967 são, provavelmente, subestimativas pois, em decorrência de erro amostral, não foi possível calcular a taxa de sobrevivência para indivíduos com IX ou mais anos de idade.

DISCUSSÃO

A principal fonte de erro, no cálculo da taxa de sobrevivência, é a variação do tamanho inicial das classes anuais ao serem recrutadas para a pesca. Gulland (1955) mostrou que a maior componente da variância da composição de idade do estoque amostrado se refere à variância amostral da tabela idade-comprimento.

Como não houve diferenças sistemáticas entre os valores de Z para cada grupo-de-idade, estes podem ser considerados estimativas isoladas da verdadeira mortalidade, e a estimativa global com a menor variância será dada pela média ponderada, sendo os pesos inversamente proporcionais à variância em cada grupo-de-idade. Geralmente não se conhecem tais

T A B E L A V

Taxas de sobrevivência e coeficientes de mortalidade total do pargo, *Lutjanus purpureus* Poey, por grupos-de-idade, durante os anos de 1967 e 1968, ao largo do nordeste do Brasil.

Anos	Parâmetros	Grupos-de-idade							Médias
		VI/V	VII/VI	VIII/VII	IX/VIII	X/IX	XI/X	XII/XI	
1968/67	Taxa de sobrevivência (s)	—	0,76	0,82	0,82	*	*	*	0,80
1967	Coeficiente de mortalidade (Z)	—	0,274	0,198	0,198	—	—	—	0,223
1969/68	Taxa de sobrevivência (s)	0,63	0,56	0,54	0,49	0,67	0,67	0,56	0,59
1968	Coeficiente de mortalidade (Z)	0,462	0,580	0,616	0,713	0,400	0,400	0,580	0,536

Convenções: — = ocorrência não registrada; * = ausência de dado em decorrência de erro amostral.

variâncias, mas no caso dos grupos-de-idade bem representados na pesca (no caso do pargo, de V a XII anos), supõe-se que as mesmas são iguais, de modo que a média aritmética simples dará uma boa medida do coeficiente de mortalidade total.

O uso da taxa de sobrevivência entre grupos-de-idade sucessivos pressupõe, também, que os indivíduos são igualmente vulneráveis ao aparelho de pesca em anos diferentes, ou, em outras palavras, que o coeficiente de capturabilidade (q) é o mesmo. Este é definido como a probabilidade com que cada indivíduo se torna acessível à captura (Gulland, 1963). O efeito da variação anual de q sobre a estimação de Z pode ser evidenciado da seguinte maneira:

$$n = \frac{C}{f} = q\bar{N} \quad (17)$$

$$e \quad n' = \frac{C'}{f'} = q'\bar{N}' \quad (18)$$

onde n = captura por unidade de esforço, C = captura total, f = esforço de pesca, q = coeficiente de capturabilidade e \bar{N} = abundância média, no período 1, sendo os mesmos símbolos apostrofados relativos ao período 2. Dividindo-se as equações 18 por 17, temos:

$$\frac{n'}{n} = \frac{q'\bar{N}'}{q\bar{N}} \quad (19)$$

Segundo as equações 11 e 12 :

$$\bar{N} = N \left(\frac{1 - e^{-Z}}{Z} \right) \quad (20)$$

$$e \quad \bar{N}' = N' \left(\frac{1 - e^{-Z'}}{Z'} \right) = N e^{-Z} \left(\frac{1 - e^{-Z'}}{Z'} \right) \quad (21)$$

Substituindo-se as equações 20 e 21 pelos valores correspondentes na equação 19 e considerando-se $Z = Z'$, temos:

$$\frac{n'}{n} = \frac{q'}{q} \cdot e^{-Z}$$

ou, utilizando logaritmos:

$$\ln \frac{n'}{n} = -Z + \ln \frac{q'}{q}$$

Assim, um novo termo é acrescentado à estimativa do coeficiente de mortalidade, igual ao logaritmo da razão entre os coeficientes de capturabilidade, em dois períodos de tempo.

De acordo com Ricker (1958), o uso da curva de captura envolve os seguintes prerrequisitos: (1) que a taxa de sobrevivência seja uniforme com a idade e, por extensão, que as taxas de mortalidade natural e por pesca sejam, individualmente, uniformes; (2) que os grupos-de-idade tenham a mesma abundância, por ocasião do seu recrutamento para a pesca. Variações no coeficiente de capturabilidade com a idade alteram somente a posição da reta, não sua inclinação ou a dispersão dos pontos.

Com relação ao primeiro prerrequisito, verificamos ter havido pequena variação na taxa de sobrevivência e no coeficiente da mortalidade total (tabela V); com respeito ao segun-

do, não temos meios de detectar prováveis variações na abundância inicial dos grupos-de-idade do pargo. Quando as condições acima citadas não são satisfeitas, pode resultar que a parte descendente da curva não seja linear. Já que esse não foi o caso (a reta de regressão foi estatisticamente significativa a uma probabilidade $P < 0,01$), podemos aceitar que a estimativa de Z , a partir da curva de captura, está correta.

Aparentemente, a baixa mortalidade verificada em 1967 (tabela V) propiciou um aumento no índice de abundância do estoque adulto, de 39,11 indivíduos por 100 anzóis/hora (em 1967) para 50,71 indivíduos por 100 anzóis/hora (em 1968) — ver tabela IV. No entanto, a redução do esforço de pesca, de 1967 para 1968 (Fonteles Filho, 1969), deveria ter causado um correspondente decréscimo de mortalidade, o que não se constatou, indicando que a estimativa de Z para 1967 não merece confiança. Utilizamos, portanto, apenas a de 1968 ($Z = 0,553$), obtido a partir da taxa média de sobrevivência (método 2), para comparação com $Z = 0,535$, estimado através da curva de captura. A similaridade entre esses dois valores de Z , calculados por métodos diferentes, indica que as estimativas devem estar próximas do valor paramétrico.

As taxas de mortalidade correspondentes a esses dois valores de Z (0,42 e 0,41, respectivamente), mostram que a abundância do estoque adulto do pargo no período 1967/69 decresceu anualmente de 41-42%, o que deve representar uma taxa de exploração relativamente baixa, tendo em vista que esses valores incluem, também, mortalidade por causas naturais.

Ivo & Gesteira (1974), usando a relação entre mortalidade total e esforço de pesca, obtiveram 0,936 e 0,608 para o coeficiente e a taxa de mortalidade total, respectivamente, no período 1970/73. Esses valores foram bem mais elevados do que aqueles por nós calculados, mas a diferença observada deve ter sido causada pelos níveis mais elevados do esforço de pesca em 1970/73, em relação àqueles empregados em 1967/69 (Fonteles Filho, 1969; Ivo, 1973).

Os métodos utilizados neste trabalho não permitem decompor Z nos seus componentes, M (mortalidade natural) e F (mortalidade por pesca), mas segundo as estimativas de Ivo & Gesteira (1974), a pesca contribui com 62% para a mortalidade total do pargo.

Agradecimentos: Somos gratos às colegas Mariana Ferreira de Menezes e Tereza Cristina Vasconcelos Gesteira, ambas do Laboratório de Ciências do Mar da Universidade Federal do Ceará, pelo fornecimento dos dados referentes à distribuição de frequência dos anéis etários do pargo.

SUMMARY

The writing of this paper is intended for putting forward some theoretical aspects of the estimation of the total mortality coefficient (Z) and its application to empirical data concerning the Caribbean red snapper, *Lutjanus purpureus* Poey, which live off the north-eastern Brazil.

The decrease of the initial abundance of a year class, from the time of its recruitment to the fishery till its extinction, may be likened to a principal which is decreasing at a compound rate of interest, on an exponential way. At such a rate, there is found to be an exponential relationship between any two points of the curve which describes the reduction in abundance as a function of time. The relative abundance of a year class in successive age groups can be used to estimate the total mortality coefficient, either as ratios of age groups in adjoining years (the "rate of survival" method) or as a function of time (the "catch curve" method), according to equation 5.

The use of an index of relative abundance by age implies that the year classes that make up the adult stock have the same initial strength and that there is no change in the availability of fish to capture between either age groups or years. These methods do not enable Z to be decomposed into its components M (natural mortality) and F (fishing mortality) and other ones, such as tagging experiments, must be used.

The estimates of Z for the Caribbean red snapper in the years 1967/69 ranged from 0.535 (catch curve) to 0.553 (survival rates), corresponding to mortality rates of 41% and 42%, respectively. The very good agreement between those estimates, obtained by different methods, is a good indication that they are probably near the parametric value.

The values of the mortality rate bear out the main conclusion of this paper, namely the adult stock of Caribbean red snapper decreased by 41-42%, from year to year, in the period 1967/69, most of it caused by fishing. It is thought that in these years the stock suffered a low rate of exploitation, if the low level of fishing effort then is anything to go by.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Baranov, T. I. — 1918 — On the question of the biological basis of fisheries. *Nauch. issledov. iktiol. Inst.*, Moscow, 1 (1) : 81-128. (Trabalho traduzido do russo para o inglês — M. A. F. F. Fisheries Laboratory, England).
- Beverton, R. J. H. & S. J. Holt — 1957 — On the dynamics of exploited fish populations. *Fish. Invest.*, London, ser. 2, 19 : 1-533, 155 figs.
- Fonteles Filho, A. A. — 1969 — Estudo preliminar sobre a pesca do pargo, *Lutjanus purpureus*

Poey, no nordeste brasileiro. *Arq. Ciên. Mar*, Fortaleza, 9 (1) : 83-88, 3 figs.

Gulland, J. A. — 1955 — Estimation of growth and mortality in commercial fish populations. *Fish. Invest.*, London, 18 (9) : 1-46, illus.

Gulland, J. A. — 1963 — The estimation of fishing mortality from tagging experiments. *Spec. Publ. Int. Comm. NW. Atlan. Fish.*, Darmouth, (4) : 218-227, 5 figs.

Gulland, J. A. — 1969 — Manual of methods for fish stock assessment. Part 1. Fish population analysis. *FAO Man. Fish. Sci.*, Rome, 1-154, illus.

Ivo, C. T. C. — 1973 — Estudo sobre a biologia da pesca do pargo, *Lutjanus purpureus* Poey, no

nordeste brasileiro — Dados de 1972. *Arq. Ciên. Mar*, Fortaleza, 13 (1) : 39-43, 1 fig.

Ivo, C. T. C. & T. C. V. Gesteira — 1974 — Estimacão preliminar das medidas de mortalidade do pargo, *Lutjanus purpureus* Poey, no norte e nordeste brasileiros. *Arq. Ciên. Mar*, Fortaleza, 14 (2) : 123-127, 2 figs.

Paiva, M. P.; R. C. F. Bezerra & A. A. Fonteles-Filho — 1971 — Tentativa de avaliao dos recursos pesqueiros do nordeste brasileiro. *Arq. Ciên. Mar*, Fortaleza, 11 (1) : 1-43, 8 figs.

Ricker, W. E. — 1958 — Handbook of computations for biological statistics of fish populations. *Bull. Fish. Res. Bd. Can.*, Ottawa, (119) : 1-300, illus.